



# JORNADAS VIRTUALES

en el  
Instituto Superior del Profesorado  
Dr. Joaquín V. González



Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires  
Secretaría de Educación

## Una Secuencia Didáctica para la Introducción de la Noción de Variable Aleatoria empleando la Planilla de Cálculo GNU CALC<sup>1</sup> en el Nivel Superior

**Autor:** José Luis Isla  
**Institución:** Instituto Superior de Formación Docente N° 6  
**Localidad:** Chivilcoy  
**Provincia:** Buenos Aires  
**Dirección:** Calle Saavedra 130, Casa 27 (Ba. Luz y Fuerza) – Chivilcoy – C.P. 6620  
**Tema:** Estadística y Probabilidades  
**Área:** Matemática / Didáctica / Tecnología

### Resumen

Uno de los más relevantes tópicos de la Estadística es el de *Variable Aleatoria*. Aquí se propone su introducción basada en diseños didácticos plasmados en Simulación y Estudio de Casos Problema como estrategias favorecedoras de la Transposición Didáctica de la noción en el profesorado de Matemática. Fundamentan y dan fuerza a esta hipótesis tres aspectos: la Democratización de la Matemática, la Pedagogía Constructivista y las Nuevas Tendencias en la Enseñanza de Estadística.

Hay consenso en que dicha enseñanza gravita sobre las sinergias de tres elementos: *Contenido, Pedagogía y Tecnología*. En efecto, en muchos países los estudiantes se inician en estos conceptos básicos con la ayuda invaluable de las TIC's. En nuestro caso, los costos de sofisticadas herramientas de software están muy fuera de las posibilidades de la escuela pública, por lo que se propone la *Planilla de Cálculo GNU CALC* como una solución suficiente, de acceso libre, y fácil de incorporar en cualquier computador en condiciones operativas, tanto para la formación de docentes, como para su uso didáctico.

**Palabras Clave:** Teoría de Probabilidades, Variable Aleatoria, Simulación, Razonamiento Estadístico y Probabilístico, Pedagogía Constructivista, Tecnologías de la Información y de las Comunicaciones.

---

<sup>1</sup> Correspondiente al Paquete de Software Libre **OpenOffice**.

## Índice

<b>1. Fundamentación</b>	<b>3</b>
<b>2. Objetivos</b>	<b>4</b>
<b>2.1. Objetivos específicos</b>	<b>4</b>
<b>3. Ejes de desarrollo para la propuesta</b>	<b>4</b>
<b>3.1. Propuesta didáctica</b>	<b>5</b>
<b>3.1.1. Análisis de la propuesta didáctica según las Sinergias Tecnología, Contenido, Pedagogía</b>	<b>5</b>
<b>3.1.2. Sobre el lugar que se le da a la Variabilidad y a la Incertidumbre en las actividades</b>	<b>5</b>
<b>3.1.3. Las posibilidades del Razonamiento Estadístico desde el estudio exploratorio de datos</b>	<b>6</b>
<b>4. Contenido temático de la Secuencia Didáctica</b>	<b>6</b>
<b>5. Actividades</b>	<b>7</b>
<b>6. Materiales para el desarrollo didáctico</b>	<b>10</b>
<b>7. Algunas consideraciones finales</b>	<b>10</b>
<b>8. Referencias</b>	<b>11</b>
<b>8.1. Problemas Selectos y Lectura General</b>	<b>11</b>
<b>9. Anexo</b>	<b>12</b>
<b>9.1. Algunas consideraciones informáticas para implementar la actividad. Una Guía para el empleo de la Planilla de Cálculo.</b>	<b>12</b>
<b>9.2. Comentarios finales sobre la actividad propuesta. Desarrollo y resultados esperados</b>	<b>13</b>

## 1. Fundamentación

*"La Estadística tiene su propia sustancia, sus propios conceptos distintivos y formas de razonamiento. Estos deberían ser el corazón de la enseñanza de Estadística a los principiantes a cualquier nivel de sofisticación matemática." David S. Moore.*

Una de las definiciones más conocidas de Estadística es la que la interpreta como la rama de la Matemática que se ocupa de la recolección, organización e interpretación de datos. Muchos problemas se resuelven y muchas decisiones se toman con ayuda de métodos estadísticos.

Esta definición implica conocimiento cabal acerca de la *calidad* de los datos representados. Si bien es cierto las representaciones gráficas y los cálculos de coeficientes numéricos son necesarios, sin el análisis del comportamiento y de la naturaleza de la información, éstos solamente producen resultados descriptivos. Por lo que ocupan un lugar central: el estudio muestrario, la inferencia y la simulación estadística, como campos de mayor trascendencia.

Por otra parte, puede destacarse que aspectos tales como la *democratización de la Matemática*, la *nueva Pedagogía* y las *Nuevas Tendencias en el contenido de la Enseñanza de Estadística* [1] son aspectos que enmarcan a la fundamentación de esta propuesta.

Respecto del primer aspecto, expresa David Moore [1]: *"La matemática no está más sumida en un currículum deliberadamente para élites, sino que es vista como una parte necesaria de la educación general de todos los ciudadanos."*

En lo pedagógico, el futuro docente de matemática debe alcanzar una cabal comprensión de la particular forma que adquiere el razonamiento estadístico, además, por supuesto, de los contenidos específicos. Esto último implica a su vez un enfoque constructivista en lo pedagógico; un aprendizaje activo en el cual las demostraciones (posteriormente formalizadas) se basan en resolución de problemas, y en datos generados en clase, u obtenidos por alguna metodología de relevamiento o de producción de datos. Por supuesto que este modo de trabajo sigue estando dirigido por los objetivos específicos de aprendizaje del alumno destinatario. En este sentido expresa Moore, (El docente) *"Puede ahora ser guía, facilitador, moderador, estimulador más que expositor, pero aún quiere que sus estudiantes se muevan en una dirección específica, hacia una competencia matemática y estadística específica"*.

Las tendencias actuales en la Enseñanza-Aprendizaje de Estadística consisten en la interacción mutua de tres elementos centrales: *Contenido*, *Pedagogía* y *Tecnología* [1]. La idea central de esta propuesta tiene por ideas medulares, en consecuencia, al *contenido (estadístico)*, la *pedagogía* y la *tecnología*, así como las *sinergias* que se producen en los elementos de esta tríada.

Hoy en día muchos estudiantes obtienen una buena aproximación a los conceptos fundamentales de la Estadística con la ayuda de las nuevas Tecnologías de la Información y de las Comunicaciones (TIC's). En este sentido, *"El software y las herramientas tecnológicas cambian el significado de la estadística porque introducen nuevas representaciones, cambian la forma en que trabajamos con los objetos estadísticos y el tipo de problema que los estudiantes encuentran en la clase"* [2].

En lo referente a la tendencia actual en la Enseñanza de la Estadística, como ya se ha dicho, se identifican los ejes centrales que, en lo didáctico, y para los fines del abordaje del *contenido*, se sugieren para un curso de Estadística en su fase introductoria: análisis, producción y exploración de datos, automatización de cálculos y gráficos, razonamiento estadístico, y formalización posterior.

Es importante en consecuencia el énfasis en los elementos del razonamiento estadístico, como rasgo distintivo respecto del razonamiento matemático. En el razonamiento estadístico cobran singular relevancia los datos, su producción análisis y exploración, y los conceptos de *variabilidad*, y de *incertidumbre*. Para la variabilidad, es útil su medición y modelado. Es importante que el alumno, por lo tanto, alcance una cabal comprensión de los conceptos fundamentales de la Estadística, de modo tal que se puedan realizar las acciones didáctico-pedagógicas pertinentes para lograr que ellos comprendan que, como resultado de estos esfuerzos, la potencia de la Estadística no solamente radica en poder describir fenómenos sino en poder predecirlos, con base en la selección de una muestra (seleccionada con un adecuado criterio) correspondiente a una población, y con un cierto margen de confianza.

Finalmente, puede considerarse que la Estadística tiene a su vez una naturaleza dual: es un campo de conocimiento matemático en sí mismo, pero es también una poderosa *herramienta*. En su faceta de herramienta, aporta sus alcances descriptivos e inferenciales, dado que el basamento teórico estadístico, a su vez, cuenta con el poderoso aporte de la Teoría de Probabilidades, la cual, con el concepto de probabilidad y su asociada experimental, la frecuencia relativa, propicia el medio para probar hipótesis y predecir resultados en la investigación de problemas reales.

## 2. Objetivos

- Distinguir los conceptos subyacentes para abordar el campo de estudio de la Estadística.
- Reconocer la importancia de considerar a la variabilidad como aspecto clave para interpretar fenómenos y sucesos no determinísticos de nuestro mundo y de nuestra sociedad.
- Concebir el estudio exploratorio de datos como una filosofía relacionada con las tareas que se desarrollan en el ámbito de la investigación.
- Reflexionar sobre la enseñanza de la Estadística en el marco de los enfoques actuales que integran los aportes de la tecnología informática en la sociedad actual.
- Valorar el Análisis Inferencial como método científico en el conocimiento de la realidad global.

### 2.1 Objetivos Específicos

- Incorporar o fortalecer los procesos típicos del razonamiento estadístico
- Analizar sucesos cotidianos mediante el empleo de contenidos inherentes a la probabilidad y a la estadística
- Interpretar y aplicar los conceptos y procedimientos básicos de la estadística y la probabilidad a situaciones concretas
- Desarrollar el ingenio y la creatividad frente a la resolución de problemas

## 3. Ejes de Desarrollo para la propuesta

Se propone una aproximación experimental utilizando el computador y la Planilla de Cálculo en el estudio de la probabilidad mediante experimentos y simulaciones de fenómenos aleatorios en situaciones vinculadas a juegos y a casos problema, en un marco de construcción social de saberes, y con el docente como guía, orientador y facilitador de andamiajes. Se pretende que los estudiantes reflexionen sobre la importancia de la generación de datos en estadística y de la consiguiente realización de experimentos, de cara a la construcción de estos saberes. Esto se implementa por medio del trabajo cooperativo - colaborativo necesario para la comprensión del vínculo entre probabilidad experimental y probabilidad teórica para que exploren conceptos y desarrollen intuiciones adecuadamente sobre las ideas más importantes en probabilidad relacionadas al concepto de Variable Aleatoria.

Las ideas que son base del diseño didáctico de las actividades, por un lado, son las correspondientes a las Sinergias entre Contenido, Pedagogía y Tecnología ya expuestas, y que justifican los objetivos planteados en la Sección anterior. Se hace explícito en el Apartado siguiente el modo en que las interacciones reforzantes entre Contenido, Pedagogía y Tecnología se ponen en juego para el diseño de la secuencia didáctica. Tendrán su lugar en dichas actividades no solamente los contenidos específicos correspondientes, sino que también podrá apreciarse la omnipresencia que tienen las nociones de *Incertidumbre* y *Variabilidad* en el estudio de la estadística. Finalmente puede agregarse que esta propuesta no descarta en modo alguno la correspondiente formalización de los conceptos correspondientes en clases de carácter tradicional, sino que este punto del proceso, en general, es el *final*, al momento de la *institucionalización*. Por otra parte, y desde el punto de vista pedagógico propiamente dicho, la naturaleza dialéctica del aprendizaje (Vigotsky) "*produce los más significativos cambios cognoscitivos, y este cambio se produce como resultado de emplear los instrumentos culturales en las interrelaciones sociales y de internalizarlas y transformarlas mentalmente*". Se considera particularmente valioso, en el sentido de aplicación que subyace, el concepto de *Zona de Desarrollo Proximal*, que representa "*la instancia donde maestro y alumno trabajan juntos en las tareas que el estudiante no podría realizar solo dada la dificultad del nivel*" [3].

El marco socio-histórico, de este modo, provee las condiciones – por medio del citado concepto de Zona de Desarrollo Próximo – para el aprendizaje colaborativo y cooperativo donde docentes y alumnos comparten solidariamente el conocimiento para llevar a buen puerto la empresa del aprendizaje. **El uso del computador en las clases se adapta a esta forma de trabajo y aporta una valiosa instancia de Aprendizaje Significativo, donde el estudiante se convence que lo que se le enseña (lo que aprende) es interesante y sirve.**

### 3.1 Propuesta Didáctica

#### 3.1.1 Análisis de la propuesta didáctica según las Sinergias Tecnología, Contenido, Pedagogía

- La *sinergia Tecnología-Contenido*. Teniendo en cuenta que el software empleado es la Planilla de Cálculo<sup>2</sup>, para todos los contenidos estadísticos existen sendas funciones y comandos que le permite al alumno realizar las actividades. Es útil observar que posiblemente el desempeño del alumno pueda potenciarse (aunque como se aclara en el Apartado 4, depende de conocimientos y experiencias previas) si este maneja bien el armado de fórmulas utilizando las celdas de la planilla. De no ser así, el docente puede intervenir para guiar a los alumnos por medio de una breve exposición, o incorporando una guía de ayuda impresa (*ver ejemplo para la primera actividad en el Anexo, Apartado 9*). Dicho ejemplo incorpora además observaciones y guías para el docente.
- Las *sinergias Tecnología-Pedagogía y Contenido-Pedagogía* se verifican. Las consignas de la secuencia didáctica implican un trabajo socializado en el aula en el que los alumnos *generen* los datos. No se sugiere la conformación de los grupos de trabajo en el laboratorio de computación, (lo recomendable es tres alumnos de máximo) debido a que esto está además supeditado a la cantidad de alumnos y de equipos informáticos. Las guías de trabajo para el alumno en sí mismas, propiciarán muchas propuestas de resolución y la discusión de las mismas entre los alumnos. Otro aspecto importante contemplado en el diseño de las propuestas didácticas, es lo concerniente a la *exposición oral y escrita de las conclusiones*. En este sentido, se puede realizar esto en el momento de la institucionalización (cuando se formalizan los contenidos al alumno), en la socialización y en la reflexión.

El esquema siguiente resume las sinergias mencionadas previamente, y el modo en que pueden implementarse. Las flechas dobles sugieren el flujo reforzante en ambas direcciones.

Contenido ↔ Pedagogía	Pedagogía ↔ Tecnología	Tecnología ↔ Contenido
Análisis de datos ↔ Trabajo práctico	Visualización, interpretación ↔ Graficación automatizada	Computación ↔ Análisis, diagnóstico, ajuste de datos
Estadística en la práctica ↔ Comunicación, cooperación, colaboración	Resolución de Problemas ↔ Cálculos automatizados	Automatización ↔ Más inclusión de conceptos
Énfasis inicial en conceptos, y demostraciones posteriores	Aprendizaje activo ↔ Multimedia	Simulación en una primera instancia, y posteriormente demostraciones

#### 3.1.2. Sobre el lugar que se le da a la Variabilidad y a la Incertidumbre en las actividades

Como ya se ha mencionado es central en Estadística la noción de *muestra*, así como su naturaleza *aleatoria*. En este sentido, la secuencia didáctica ha sido diseñada de modo tal, que el alumno comprenda que el objetivo del estudio es convertir (procesamiento informático mediante) un conjunto aparentemente caótico de datos, *en información*, pero esta tendrá una cierta *confiabilidad* y *un cierto margen de confianza*.

<sup>2</sup> Aunque no es un programa específicamente diseñado para tratamiento estadístico, la Planilla de Cálculo posee una dotación de funciones y comandos, que permite este tipo de aplicaciones didácticas en escuelas públicas caracterizadas por la escasez de recursos, en la que el futuro docente procurará *“hacer mucho con poco”*.

Así, por caso, el ítem 3 de la primera actividad propuesta, tiene por última pregunta *¿Cuánto se han acercado esos números a la realidad?*; los alumnos socializarán sus estimaciones, pero posiblemente será en la institucionalización donde se aclarará a los alumnos que “hay algo” que hace alejarse a los valores de ciertos parámetros. Que ese “algo” tiene que ver con la imprecisión de las mediciones y con “lo variado” de las medidas en sí mismas. Por supuesto que la idea de “variado” siempre supone una posición de referencia: variado ¿respecto de qué? Por supuesto que, formalmente, esta posición de referencia es un estadístico de posición (en general, la media). Sendas secuencias didácticas adicionales deberían, en este sentido, desembocar en que una distribución aleatoria queda caracterizada precisamente por un estadístico de posición (la media) y uno de dispersión (la varianza).

En el ítem 4 de la misma actividad, la intención es dirigir la atención del alumno al hecho que, si bien es cierto pueden ser muy confiables los resultados y conclusiones del estudio cuando *se interpolan* valores, debería tratarse más cuidadosamente en clase el hecho de *extrapolar*. La variabilidad establecida para la muestra, no puede garantizarse “fuera de ella” (de hecho, y formalmente hablando, los límites de confianza se comportan hiperbólicamente en torno de la recta de regresión). Por supuesto que siempre está claro que la propuesta es introductoria, y aunque está también “fuera del modelo” lo pedido en el ítem 5, la pregunta *¿Esta predicción es razonable?* contempla la posibilidad de que el alumno reconozca esta situación y que se institucionalice luego en consecuencia.

### 3.1.3 Las posibilidades del Razonamiento Estadístico desde el estudio exploratorio de datos

Las propuestas didácticas propuestas plantean aproximaciones al estudio exploratorio de datos. Queda claro además, por todo lo expuesto anteriormente, que están contemplados en ellas los principales elementos del razonamiento estadístico: la necesidad de los datos, la importancia de su producción, y el lugar central que tiene la variabilidad, su medición y modelado, y el tratamiento de la incertidumbre.

Al cumplirse la actividad propuesta como ejemplo (en la que, como ya lo justifiqué, está presente la tríada Contenido, Pedagogía y Tecnología), pienso que el alumno alcanzará como principal conclusión que, *para el modo en que se hacen inferencias en estadística*, NO interesa el valor verdadero (o exacto) de una medición, pero sí interesa saber si dicha medición excede o no a determinado valor conocido. En este sentido, interesa decidir cuando una afirmación o varias afirmaciones referentes a una medición pueden ser verdaderas o falsas.

## 4. Contenido temático de la Secuencia Didáctica

Serán abordados los siguientes conceptos:

1. Interpretación de representaciones gráficas a la luz de los índices.
2. Estudio de correlación y regresión
  - 2.1 La recta de regresión y su relación con la noción de función.
  - 2.2 Interpretación de índices para medir correlaciones.
  - 2.3 Funciones para calcular estimadores de los parámetros.
3. Enfoque frecuencial de probabilidades
  - 3.1 Variación de fenómenos aleatorios.
  - 3.2 Estabilidad de frecuencias a la larga.
  - 3.3 Efecto del número de repeticiones en el cálculo de probabilidades.
  - 3.4 Estimación de probabilidades de eventos simples y compuestos.
4. Distribuciones de probabilidad de eventos sobre espacios muestrales sencillos.
  - 4.1 Variable Aleatoria Discreta. Ley de Distribución Probabilística
  - 4.2 Valores esperados
5. Informáticos
  - 5.1 Técnicas para construir la recta de regresión utilizando una planilla de cálculo (depende de conocimientos y experiencias previas).

5.2 Uso de funciones lógicas y estadísticas de la planilla de cálculo (depende de conocimientos y experiencias previas).

## 5. Actividades

### ACTIVIDAD 1: Sobre estimaciones y predicciones

En esta actividad se presenta la correlación como indicador del grado de intensidad o fuerza de la relación entre dos variables y la recta de regresión como un método para realizar estimaciones. De esta forma, se brinda un marco de referencia para reconocer otros tipos de asociación entre variables.

#### Contenidos:

- La recta de regresión y su relación con la noción de función.
- Interpretación de índices para medir correlaciones.
- Funciones para calcular estimadores de los parámetros.
- Técnicas para construir la recta de regresión utilizando una planilla de cálculo (depende de conocimientos y experiencias previas).
- Interpretación de representaciones gráficas a la luz de los índices.

**Recursos Informáticos:** Planilla de Cálculo e Internet

#### Propuesta de trabajo

Se propone a los alumnos la siguiente consigna:

*“Cada alumno debe decir en voz alta el número de calzado y su altura en metros (con dos decimales). Los demás deben registrar los pares de valores en una tabla.”*

Se acuerda entre todos el orden de intervención de cada alumno, por ejemplo por su ubicación, por orden alfabético considerando los apellidos, etc. Es conveniente realizar esta actividad en la sala de informática, de tal manera que el ingreso de datos se realice directamente en una planilla de cálculo.

A cada grupo se le entrega la siguiente guía de actividades:

#### Guía de trabajo para el alumno

1. Una vez ingresados los datos de alturas y número de calzados de cada uno de los alumnos del curso, utilizando una planilla de cálculo, representen en una nube de puntos los pares de valores ingresados.
2. Dibujen la línea de tendencia, hallen la ecuación de la recta de regresión y el coeficiente de determinación ( $R^2$ ).
3. La ecuación obtenida es un modelo algebraico de la relación entre altura y número de calzado. Utilicen este modelo para calcular cuál debe ser sus números de calzado sabiendo sus alturas. ¿Qué números de calzados obtuvieron? ¿Cuánto se han acercado esos números a la realidad?
4. Según el Libro Guinness de los Records, la persona más alta que existió fue Robert Waldlow, que medía, 2,72 metros. ¿qué número de calzado le correspondería según el modelo encontrado? ¿Y para la mujer viva más alta (Sandy Allen) que mide 2,31 metros?
5. ¿Qué número de calzado se puede predecir para una persona de 1,27 metros? ¿Esta predicción es razonable? ¿Qué estatura tiene una persona que tiene 40 de número de calzado? Justifiquen.
6. ¿Creen que sería razonable vender zapatos según la altura del cliente? Justifiquen.
7. Accedan a Internet y lean el informe que está en la siguiente dirección:

<http://www.inta.gov.ar/mercedes/noticias/situacionclimatica.pdf>

Preparen un informe breve, (no más de tres carillas) explicando sintéticamente el empleo que se le dio en esa investigación al tema que estamos tratando.

## ACTIVIDAD 2

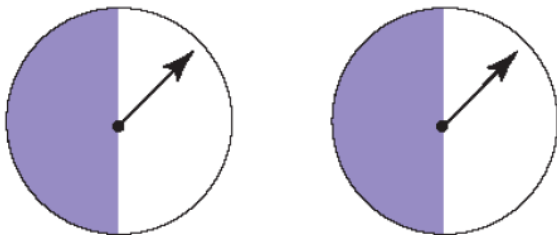
En esta actividad, y de aquí en más, se presenta más específicamente a la Variable Aleatoria como tal: una función cuya variable independiente toma sus valores (discretos) de un conjunto de posibilidades determinadas por el espacio muestral del experimento. A estos valores de la variable le corresponderán sendos valores que en la simulación serán frecuencias relativas, y que luego se formalizarán como probabilidades.

**Recursos Informáticos:** Planilla de Cálculo

### Propuesta de trabajo

Se propone a los alumnos la siguiente consigna:

*En un juego de feria se dispone de dos ruletas como las que se muestran a continuación:*



*Un jugador puede ganar un premio solamente cuando gira una vez cada ruleta y la flecha cae en las dos áreas sombreadas.*

A cada grupo se le entrega la siguiente guía de actividades:

### Guía de trabajo para el alumno

1. Federico está jugando y piensa que tiene posibilidades de 50:50 de ganar. ¿Están de acuerdo con él? \_\_\_\_\_. ¿Por qué?

2. Si juegan 10 veces, ¿cuántas veces esperarían ganar? \_\_\_\_\_.

3. Realicen una *simulación (física)* en sus respectivos grupos *utilizando una moneda* para recopilar datos de 10 juegos. Registren sus resultados y grafiquenlos.

Número de veces por juego que cae en área sombreada	Frecuencia
0	
1	
2	

4. Si juegan otras diez veces, ¿cuántas veces esperarían ganar? \_\_\_\_\_

¿Es ésta predicción igual a la primera (paso 2)? \_\_\_\_\_. ¿Por qué sí o porque no?

5. Entonces comiencen una nueva simulación de 25 juegos y grafiquen en un histograma los resultados. Repitan el proceso para 50 juegos.

a) ¿Qué observaciones pueden hacer acerca de estas gráficas?

6. Ahora que han explorado el juego de las dos ruletas, ¿cuál creen que es la probabilidad de que ambas ruletas caigan en las áreas sombreadas? \_\_\_\_\_.

Expliquen por qué.

7. Si jugaran 1000 juegos, ¿cuántas veces esperarían que ambas ruletas caigan en el área sombreada? \_\_\_\_\_.

a) Expliquen por qué

Realizar la simulación en la Planilla de Cálculo y verificar.

8. ¿Cuál es la probabilidad *teórica* de que?:

a) ¿En las dos ruletas caiga la aguja en el área sombreada?

b) ¿En una ruleta caiga la aguja el área sombreada y en la otra no?





## 7. Algunas consideraciones finales

Si bien es cierto esta metodología de trabajo probó ser efectiva en una suplencia que tuvo oportunidad de realizar en estudiantes del 3° año del profesorado de matemática en el segundo semestre del año 2007 en la asignatura *Estadística y Probabilidad*, es útil aclarar que *la pertinencia* de la introducción de software en la clase de matemática para el tratamiento de tópicos matemáticos es siempre una decisión que está supeditada al criterio del docente.

En este sentido incluyo esta cita (el resaltado en negrita es mío): *“Otro de los objetivos de este trabajo es analizar las implicaciones que la integración de la tecnología pueda tener en la enseñanza-aprendizaje de la matemática, aún cuando se proponga **en adición a los métodos tradicionales y no en sustitución de ellos**. Creemos que en cualquier caso, la incorporación de estos medios **impone una modificación de las prácticas tradicionales**, modificación que **en modo alguno reduce, subsume el papel del docente en el proceso educativo sino que, al contrario, le reasigna el rol que nunca debería haber perdido, el de animador y colaborador de los procesos de transformación del conocimiento**”. Sin dudas, los software matemáticos (...) son excelentes auxiliares de cálculo **para quienes tienen una sólida formación matemática**, pero en otro caso, **debemos cuanto menos abrir un paréntesis en cuanto a su oportunidad de uso**. Cada software tiene ‘su lenguaje’, el cual hay que ‘aprender’ para usar, además **adolecen de toda característica didáctica, es por ello que debemos investigar la pertinencia y modo de uso de estos medios en el caso de aquellos que aún están ‘peleando’ con el propio ‘saber’**. Sin dudas, las nuevas tecnologías permiten el planteo de estrategias didácticas alternativas dado que, entre otras cosas, brindan la posibilidad de superar la **concepción estática de muchos de los objetos de la matemática** (...).”[4] Este es el motivo por el cual se propusieron las anteriores actividades a modo de presentación de temas centralizando el tratamiento y las consideraciones en los conceptos para, **de acuerdo al nivel y características específicas de los cursos, bien conocidos por el/los docentes a cargo**, pasar a las correspondientes formalizaciones. Se simplifica al máximo el uso de la herramienta computacional, que, como ya se ha dicho, no es un programa específico de estadística, pero es muy alta su *disponibilidad y versatilidad*. Entendidas las cosas de este modo, puede afirmarse que la planilla de cálculo, que incorpora adecuadas funciones y comandos predefinidos para obtener los parámetros correspondientes, permite pasar por alto, *en un primer momento de aproximación al contenido*, el cálculo manual, que implica complejas y tediosas fórmulas y operaciones.*

Hecha esta importante observación, en el momento de la institucionalización, y como síntesis de las actividades que se realizaron, se reflexionó sobre el sentido de utilizar estos métodos estadísticos y su relación con la nociones matemáticas conocidas por el alumno (como la de *función*), los procedimientos utilizados para obtener la recta de regresión, el significado del coeficiente de determinación en relación a la ecuación de la recta obtenida, la posibilidad de estimar resultados, la posibilidad de obtener números aleatorios por medio de simulación, conteos, frecuencias, y, con referencia a esta última, cómo se comportan cuando se hace más grande el número de réplicas del experimento.

Además se socializaron conclusiones sobre los datos generados y se reflexionó sobre los tipos de modelos matemáticos (determinísticos y probabilísticos), sus características y algunos aspectos filosóficos vinculados a cada uno de ellos.

## 8. Referencias

- [1] Artículo *“Nueva pedagogía y Nuevo Contenido: el caso de Estadística”*. David S. Moore. Dep. of Statistics, Purdue University. West Lafayette, EEUU. Traducción del *International Statistical Review* 65 (1997).
- [2] Artículo *“Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias”*. Carmen Batanero, Universidad de Granada, España. Joan B. Garfield, Universidad de Minnesota, USA. M. Gabriella Ottaviani, Universidad "La Sapienza", Roma, Italia y John Truran, Adelaida, Australia.
- [3] *“Teorías del Aprendizaje”*. Schunk, D. 1997. Prentice-Hall Hispanoamericana S.A.
- [4] Artículo *“Los instrumentos de mediación y el aprendizaje de conceptos matemáticos”*. Marta Bonacina, Alejandra Haidar, Graciela Paiván, Marisa Quiroga, Estela Sorribas y Claudia Teti. Memorias del VI Simposio de Educación Matemática. Chivilcoy. 2004.

### 8.1 Problemas Selectos y Lectura General

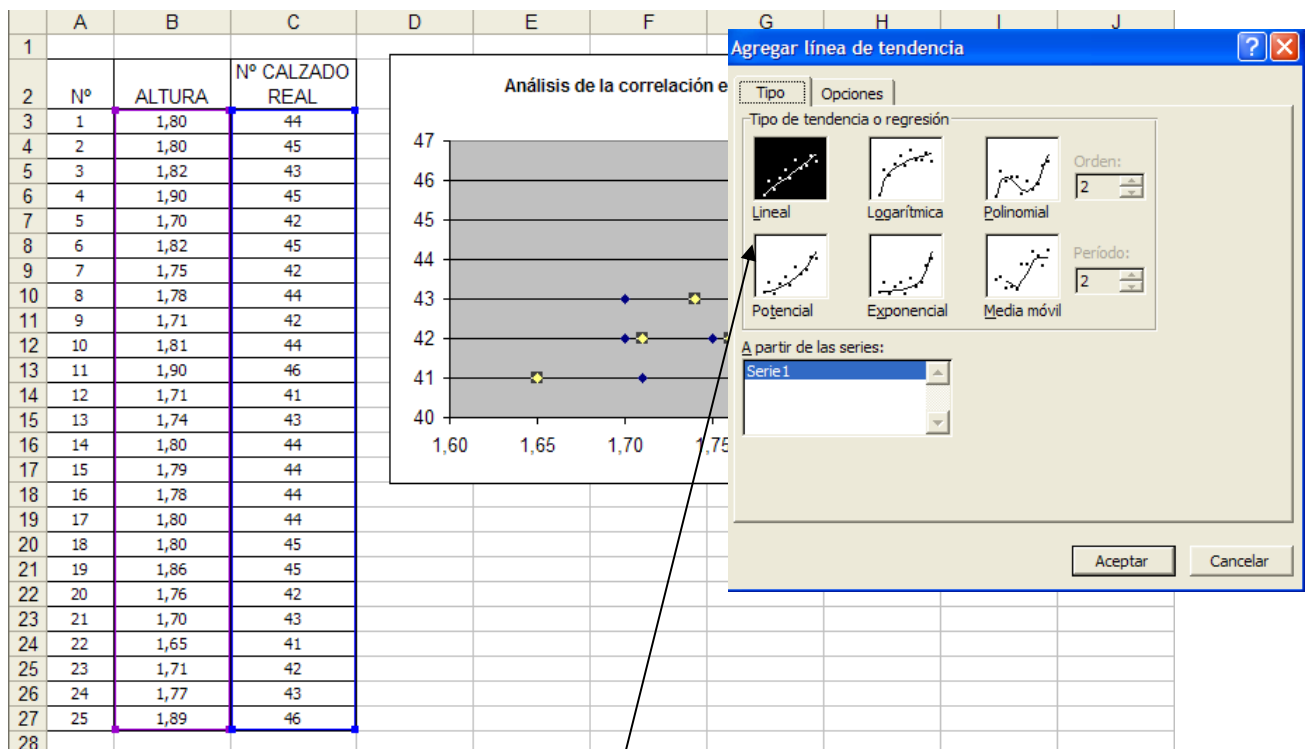
- “La Probabilidad desde una Perspectiva Experimental en el Nivel Medio y Superior”. M.C. Santiago Inzunza Cazares. Universidad Autónoma de Sinaloa. México. 2005.
- “Dificultades en la Enseñanza del Concepto de Variable Aleatoria”. Graciela L. Nardecchia. Héctor Hevia. Memorias del V Simposio de Educación Matemática. Chivilcoy. 2003.

## 9. Anexo

### 9.1 Algunas consideraciones informáticas para implementar la actividad. Una Guía para el empleo de la Planilla de Cálculo.

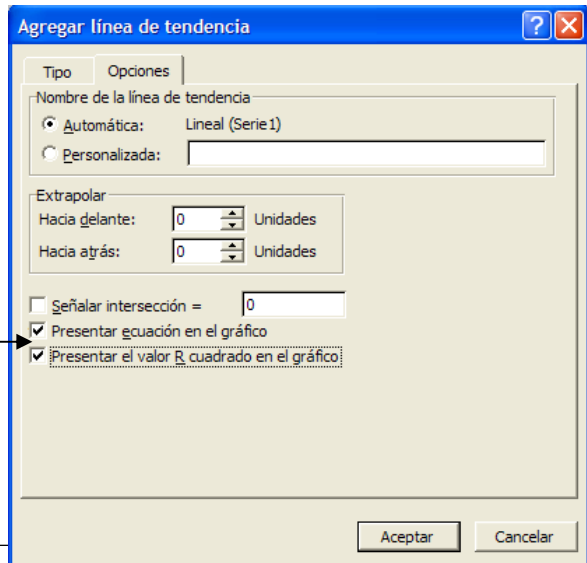
Hoy en día el ajuste de curvas es una técnica muy usual. Existen numerosas situaciones en las que se proporcionan datos mediante un conjunto de puntos discretos y se precisan obtener aproximaciones intermedias o predecir resultados. Por ejemplo, un pediatra puede predecir el peso y la altura en función de su edad, se puede predecir el tamaño de una bacteria respecto al tiempo, etc. La planilla de cálculo nos brinda la posibilidad de calcular de manera sencilla diversos tipos de ajustes de curvas: dando los valores y seleccionando el tipo de ajuste que se desea realizar, la planilla devuelve como resultados los parámetros con los cuales se puede reconstruir la fórmula que caracteriza en forma aproximada a ese conjunto de puntos. También se pueden calcular el coeficiente de determinación ( $R^2$ ) que mide la bondad del ajuste de los puntos realmente observados a la recta de regresión. Cuanto más se acerca  $R^2$  a 1, mejor es el ajuste.

Una vez volcados los datos en la planilla y realizado el gráfico de la nube estocástica de puntos (tipo de gráfico XY), para dibujar la línea de tendencia y calcular la ecuación de la recta de regresión, se seleccionan algunos puntos de la nube y se presiona el botón derecho para desplegar el menú contextual:

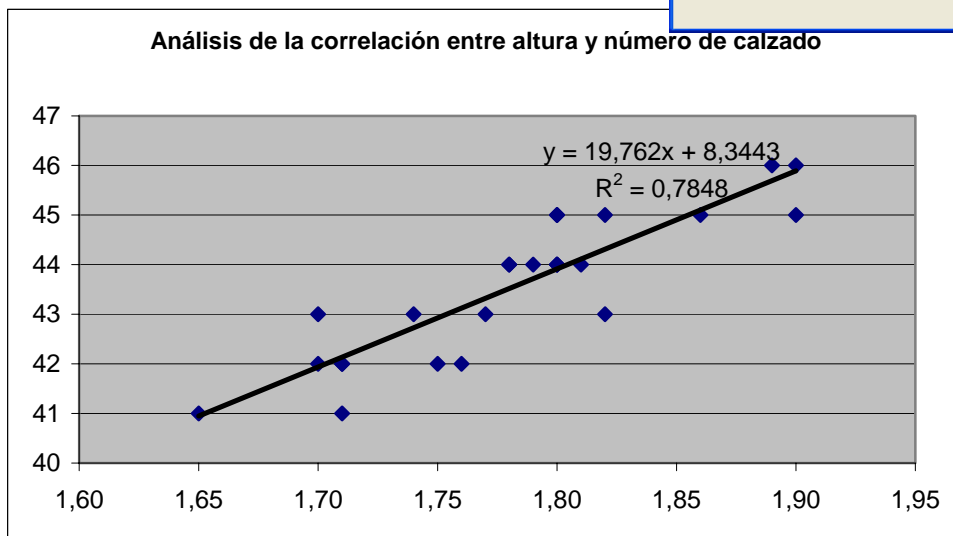


Se selecciona el tipo de línea de tendencia más adecuada a la nube de puntos obtenida, en este caso, seleccionamos *lineal*:

A través de Opciones, podemos solicitar que incluya la ecuación de la recta de regresión y el valor del coeficiente de determinación.



Así, obtenemos:



## 9.2 Comentarios finales sobre la actividad propuesta. Desarrollo y resultados esperados

Obtenida la ecuación de regresión (en este caso  $y = 19,762x + 8,3443$ ), dado un valor de  $x$ , se pueden estimar el valor de  $y$ , y viceversa. Empleando esta ecuación se pueden resolver los ítems 3, 4 y 5 planteados, hallando los valores correspondientes.

Se justifica el uso de esta herramienta de software en esta instancia inicial, por el hecho que no se podría implementar la resolución sin este tipo de herramientas que calcula a modo de "cajas negras" los parámetros correspondientes, ya que el cálculo manual implica complejos y tediosos cálculos<sup>3</sup>.

En el momento de institucionalización, como síntesis de la actividad, se reflexionará sobre el sentido de utilizar estos métodos estadísticos y su relación con la noción de función, los procedimientos utilizados para obtener la recta de regresión, el significado del coeficiente de determinación en relación a la ecuación de la recta obtenida y la posibilidad de estimar resultados.

<sup>3</sup> Pero por otra parte el futuro docente de matemática *debe* conocer, interpretar y manejar las fórmulas correspondientes, y como ya se ha expresado, posiblemente el desempeño del alumno mejore si este maneja bien el armado de fórmulas utilizando las celdas. Si este fuera el caso, pueden implementarse posteriormente clases en computadora en las que *escriban en la planilla* las fórmulas necesarias para el cálculo de  $a$ ,  $b$ ,  $r^2$  y  $r$  en celdas adecuadas.

Se tendrá en cuenta que:

- La asociación entre variables no indica una relación causal entre ellas.
- El coeficiente de determinación o coeficiente  $R^2$  mide el ajuste de la recta, a la nube estocástica de puntos.
- El objetivo de esta presentación del tema es acercar las nociones elementales de asociación entre variables, que permita interpretar estudios fundamentados en este tipo de modelos matemáticos. Cabe destacar, que en las investigaciones -para extraer conclusiones- utilizan estos conceptos como elementos bases para otros estudios estadísticos, llamados *Pruebas de Hipótesis*.
- Además de correlaciones lineales se pueden establecer otros tipos e correlaciones: exponenciales, cuadrática, etc.