



Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires  
Secretaría de Educación

# **JORNADAS VIRTUALES**

en el  
**Instituto Superior del Profesorado**  
**Dr. Joaquín V. González**



## **Simulando prototipos geométricos para su enseñanza en bachillerato.**

Ponente: Alan Freddy Carrasco Dávila.  
Escuela: Patagonia School.  
Ciudad: San Carlos de Bariloche.  
Provincia: Río Negro.  
República Argentina.

### **Resumen.**

El estudio de las figuras geométricas y sus propiedades es un componente esencial en el currículo de las matemáticas elementales, por ello, se considera que la geometría es rica en aplicaciones, formación de conceptos y experiencias en la solución de problemas. No podemos olvidar la creciente influencia de las tecnologías de la información y comunicación (TIC), en todos los aspectos de la vida humana. Los ordenadores cada vez más asequibles y el software desarrollado permite alcanzar unos niveles de visualización impensables en otro momento. El empleo de las TIC permite diseñar nuevos entornos educativos que mejoran el aprendizaje de las matemáticas y en particular de la Geometría, un reto que no podemos dejar pasar.

### **Índice de contenidos.**

- 1.- Introducción.
- 2.- Semejanza de polígonos y figuras homotéticas.
- 3.- Conocimientos básicos.
- 4.- Construcción de un cuadrilátero.
- 5.- Evaluación.
- 6.- Reflexiones.
- 7.- Conclusiones.
- 8.- Citas Bibliográficas.
- 9.- Bibliografía.

### **1.- Introducción.**

La enseñanza en nuestro sistema del nivel medio superior y superior de la geometría, se ha realizado de una manera tradicionalista, en la que el alumno tiene que aprenderse y aplicar unas series de formulas y resolver problemas, imitando al profesor en su manera de razonar y llegar a los resultados, sin crear en los alumnos su propia concepción y manera de pensar, o sea no dejando que utilicen su propia creatividad.

Tradicionalmente la enseñanza de la geometría partía de las definiciones de punto, recta y plano. A partir de estos conceptos se definían rectas perpendiculares, paralelas, ángulos, figuras y luego los cuerpos. En investigaciones realizadas en torno al aprendizaje han mostrado que el proceso es inverso; en otras palabras, es necesario partir de lo concreto para ir a lo más abstracto, las líneas y los puntos.

La acción que tiene el alumno sobre los objetos es fundamental, pero el aprendizaje de la geometría no puede quedar reducido a esta acción. El estudio de la geometría consiste en hacerse preguntas sobre los objetos y en organizar las observaciones y la información encontrada, para construir las nociones de figura, cuerpo y de propiedades que las definen y diferencian: paralelismo, perpendicularidad, etcétera.

Al construir cuerpos y anticipar el resultado de transformaciones y trazos, el alumno desarrolla paralelamente su imaginación espacial y su percepción geométrica.

Es importante proponer modelos de cuerpos conocidos, así como modelos de cuerpos irregulares o menos conocidos para los alumnos.

Durante mucho tiempo, la Geometría creada y desarrollada por la actividad e inteligente de la mente humana y considerada como la única representación posible de la realidad, ha ocupado un lugar privilegiado entre las ciencias y en particular en el campo de las Matemáticas, siendo objeto de admiración por haber sido la primera entre las ciencias que organizó todo el saber acumulado, construyendo un sistema axiomático y unos mecanismos de razonamiento que controlaban y revitalizaban la Creatividad humana.

Los "Elementos" de Euclides considerados un modelo de presentación rigurosa de conocimientos, fueron durante muchísimo tiempo una referencia obligada para la enseñanza de la geometría, que jugaba un importante papel en los currículos escolares de matemáticas.

## **2.- Semejanza de polígonos y figuras homotéticas.**

Este trabajo lo llevarán a cabo alumnos que cursan el segundo semestre de bachillerato, el cual consistirá en hacer la presentación del tratamiento del tema de semejanza de polígonos y figuras homotéticas, utilizando algún software que la nueva tecnología en desarrollo constante pone a disposición.

El objetivo de este trabajo es establecer e intentar validar los conocimientos adquiridos de geometría de los niveles anteriores y aplicarlos, utilizando los programas de software que la tecnología ha desarrollado, utilizando la red de comunicación como soporte, analizarlo y evaluarlo.

Utilizaremos para el entorno interactivo la red electrónica como soporte instruccional y en las que las actividades con software presentadas en la página web son la herramienta principal para el desarrollo de este trabajo y el correo electrónico, en conjunto constituyan el medio fundamental de aprendizaje.

Además podrás utilizar un "forum", indicado por el maestro, en el que se pueden hacer cuestionamientos, argumentar a favor de aquellas que mejor te convengan, contra-

argumentar en defensa de otras, proponer reformulaciones, etc. Enviarlas al "ftp"(1) para que queden reflejadas y a la vista de todos los participantes el texto de las mismas. Para poder llevar a cabo este trabajo el alumno debe contar con el soporte técnico, en el plantel para poder desarrollarlo. El trabajo es individual, y cada Alumno debe contar de una cuenta de correo electrónico en el servidor, con una contraseña que le permita acceder a la página principal donde se presentan las actividades y el forum. Como software de correo y navegación utilizando los del dominio publico (Netscape o Explorer). Así mismo disponer en los ordenadores del software Cabri II para Windows (2).

\* Algunas características de Cabri II:-

Cabri II es un entorno interactivo de aprendizaje con ordenador que permite construir y explorar objetos geométricos de forma interactiva y que presenta fundamentalmente dos características importantes:

1. Coexistencia de funciones primitivas de dibujo puro y funciones primitivas geométricas.
2. Manipulación directa del dibujo.

Si uno de los elementos básicos del dibujo se desplaza mediante el ratón, el dibujo se deforma respetando las propiedades geométricas que han servido para su trazado y aquellas otras que de ellas se derivan, es decir, si se construye una figura utilizando funciones primitivas de dibujo puro, se pierden las propiedades espaciales aparentes del estado inicial cuando se desplaza uno de sus elementos básicos, manteniéndose las relaciones entre las partes que conforman la construcción.

En general todos los objetos geométricos se dibujan utilizando una serie de puntos, de manera que la forma en que se construye una figura geométrica determina si es dependiente o independiente, distinción que resulta fundamental cuando arrastramos la figura por la pantalla utilizando el ratón.

Un punto dibujado individualmente se llama punto básico, de manera que un objeto independiente es aquél que se construye utilizando únicamente puntos básicos. los objetos independientes no pueden ser modificados directamente, aunque si pueden desplazarse mediante arrastre y de forma indirecta se pueden modificar moviendo alguno de los puntos básicos utilizados en su construcción, un objeto dependiente es aquél que se construye utilizando un objeto independiente (u otro dependiente). Los objetos dependientes no pueden arrastrarse ni modificarse directamente. Pueden moverse o modificarse moviendo o modificando los puntos básicos o los otros objetos independientes responsables de su existencia.

Si una propiedad geométrica se mantiene durante el desplazamiento, esta propiedad es válida en general para todas las figuras similares a la representada. Esta propiedad habrá que demostrarla, pero es detectada –se elaboran conjeturas– inmediatamente a través de la construcción. Durante el desarrollo de la experiencia se insiste a los alumnos en que comprueben los resultados de una construcción con los recursos que el programa Cabri proporciona, que a continuación deformen la figura, desplazando alguno de los elementos básicos, que observen, anoten y estén atentos a los posibles resultados.

La manipulación directa de los objetos geométricos que Cabri permite, ofrece la posibilidad de una retroacción a los alumnos. Aspecto este que no permite la resolución de tareas al estilo tradicional con lápiz y papel. Consideremos, por ejemplo, el caso de un alumno que tiene que construir una figura que satisface unas determinadas condiciones, en este caso el alumno puede mover, girar la hoja de papel y ver el dibujo en diferentes

posiciones, pero no puede hacer variar los elementos que lo transforman en un nuevo dibujo, situación altamente atractiva que si permite Cabri.

\* Estructura y diseño de las actividades.

Se adopta una hipótesis general constructivista sobre el aprendizaje, el análisis epistemológico y el análisis didáctico, que se caracteriza de la siguiente manera:

- a) El que aprende construye su propio significado de los conocimientos. esta construcción hace intervenir sus adquisiciones anteriores.
- b) Los significados que se elaboran en el transcurso de un aprendizaje dependen para un mismo sujeto, de la situación en la que se encuentra y de la interacción social en la que está situado.

La efectividad en los procesos de aprendizaje se alcanza si se especifican, estructuran e instrumentalizan los conceptos, los procedimientos de interpretación, interacción y reflexión meta cognitiva.

Se pretende establecer una serie de actividades formativas que por una parte pudieran ser casi autosuficientes y por otra desarrollar un espíritu de confianza alumno-profesor y de colaboración y ayuda entre alumnos.

\* Estructura de las actividades.

Todas las actividades, cuestiones y problemas planteados, enmarcados en el programa de geometría se proponen en la página web principal del proyecto y para acceder a las mismas será necesario identificarse con una contraseña. En un primer momento se diseñaron algunas actividades con varias cuestiones de distintos niveles de dificultad y profundidad, que en su caso, llevaban incorporadas ayudas progresivas, que facilitaban al alumno la realización de la actividad correspondiente con el programa Cabri II. Se recomendaba a los alumnos consultar las ayudas sólo en caso de ser necesario. Las cuestiones se responderán en el tablero electrónico –en las cuestiones había un enlace al mismo–, de manera que todos los alumnos participantes en el trabajo tendrán acceso a las respuestas dadas por sus compañeros, con la finalidad de establecer debates. En caso de necesidad podrás solicitar ayuda a través del correo electrónico bien a los profesores u a otros compañeros.

Básicamente las actividades responden a la siguiente estructura:

Encontrada una respuesta o solución esta se envía:

- a) al profesor que evalúa la misma y en su caso el correspondiente archivo de Cabri, estableciéndose un diálogo, mediante el correo electrónico, sobre la validez, claridad, argumentos...

En otros casos, según el tipo de cuestiones, la respuesta se puede enviar al foro de discusión, para ser replicada por el resto de los miembros del trabajo.

La metodología de enseñanza utilizada, --en muchos aspectos se considera que no existe presencia cara a cara con el profesor– ha contribuido a potenciar el trabajo independiente y, por ello, la individualización del aprendizaje gracias a la flexibilidad que la modalidad permite. La flexibilidad, debe permitir de gran manera llevar a cabo contactos en tiempo, forma y ritmo, marcados por el propio alumno.

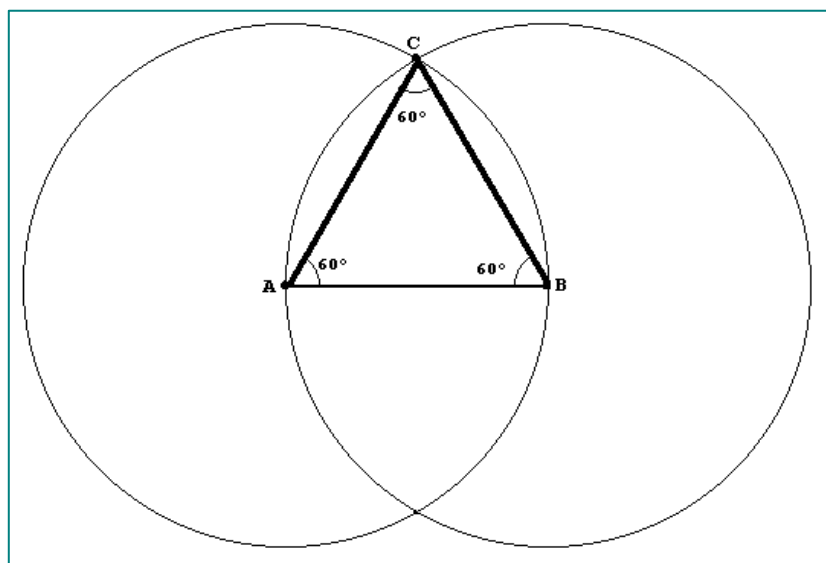
Entendemos que para que haya formación debe existir comunicación completa, de doble vía, entre profesor y alumno, aspecto ampliamente utilizado en el sistema de enseñanza

/aprendizaje utilizado en estas.

### 3.- Conocimientos básicos.

Iniciamos con algo sencillo este aprendizaje. Ahora aprenderás a usar dos comandos muy importantes del Cabri: Intersección y Point on Object. Seguir paso a paso las indicaciones. Entre paréntesis te decimos los comandos que tienes que usar.

Intersección



1. Crea un segmento AB (Line segmento y Name).
2. Crea una circunferencia con centro en A, que pase por B y otra con centro en B que pase por A (Circle by center & rad. Point).
3. Marca la intersección entre las dos circunferencias (Intersección).
  1. El comando Intersección crea los puntos de intersección entre dos objetos. Para usarlo, tenés que señalar primero uno de los objetos y después el otro.
  2. Nombra C a uno de estos puntos (Name).
  3. Crea los segmentos AC y BC (Line segmento).
  4. Oculta las circunferencias y el cuarto punto (Look of objects - Eraser).
  5. ¿Que figura quedó formada?
  6. Marca los ángulos y mídelos (Mark an angle y Measure).
  7. Mueve los puntos A y B y observa qué pasa con la figura.
  8. Intenta mover el punto C. ¿Qué sucede? ¿Por qué?.

Importante: siempre que queremos usar un punto en la intersección de dos objetos tenemos que crearlo usando este comando. Es un error muy común pero grave no hacerlo.

¿Qué es una demostración? Y más aún, ¿qué es una demostración usando el Cabri?. En esta ponencia intentar responder a estas dos preguntas pues son fundamentales, nos sólo para los alumnos, sino también para poder sacarle el mayor jugo posible a los problemas.

La demostración de un problema no es solamente la exposición de los pasos que uno realizó para llegar al resultado. Es más que nada, la explicación de por qué uno utilizó esos pasos, de los teoremas e ideas que avalan el procedimiento utilizado para resolverlo.

Cuando uno demuestra algo debe imaginar que le está explicando la justificación a otra persona que no entiende nada, o muy poco; y debe imaginar las preguntas que le haría, a uno, esa persona.

¿Qué teoremas utilizaste?, ¿Usaste alguna otra idea? ¿Cuál?, ¿Por qué?.

¿Esa idea sirve para un caso particular o también para el caso general que pide el problema?.

Si es un problema de geometría, ¿que pasa si se cambia la figura?

¿Hay otra forma mejor de resolver el problema?.

En fin, cualquier pregunta que haría alguien que quisiera saber con certeza la solución del problema.

Cuando uno quiere hacer una construcción con el Cabri, no basta con hacerla a ojo. Para que la construcción esté bien hecha no se debe desarmar al mover la figura y debe seguir cumpliendo las condiciones que pedía el problema.

#### 4.- Construcción de un cuadrilátero.

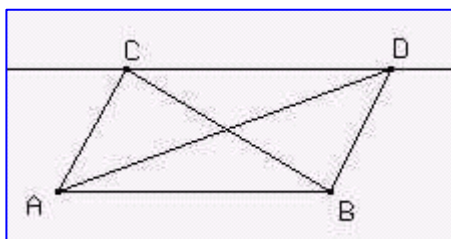
A continuación, vamos a comenzar esta clase enunciando un problema:

Sobre tres vértices de un rectángulo se encuentran paradas tres hormiguitas, una en cada vértice. Las hormigas se mueven por turnos del siguiente modo: cuando una hormiga se mueve las otras dos se quedan quietas y la que se mueve lo hace por la recta paralela al segmento determinado por las otras dos hormiguitas. ¿Es posible que luego de algunos turnos las tres hormigas queden paradas en tres de los puntos medios de los lados del rectángulo?.

¿Pudieron hacerlo? Si no, no importa, porque ahora veremos algunas ideas que les pueden ayudar.

Construyan un triángulo ABC con el Cabri y luego por C tracen una recta paralela a AB. Con point on object ubiquen un punto D sobre dicha recta y construyan el triángulo ABD.

Las distancias desde C y D a la recta AB son iguales porque  $CD \parallel AB$ . El área del

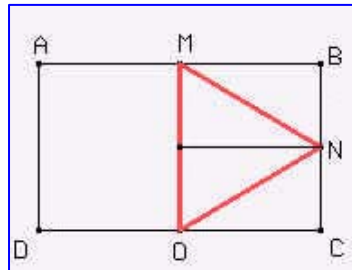


triángulo ABC es igual a la mitad del producto entre AB y la distancia desde C a AB; y el área de ABD es igual a la mitad del producto entre AB y la distancia desde D a AB. Es decir, ¡las áreas de ABC y de ABD son iguales!.

Ahora estamos en condiciones de resolver el problema que enunciamos al principio. Antes de seguir leyendo traten de hacer el problema nuevamente, a ver si ahora les sale. Tengan en cuenta que las hormigas pueden moverse, en su turno, para el lado que deseen y todo lo que deseen.

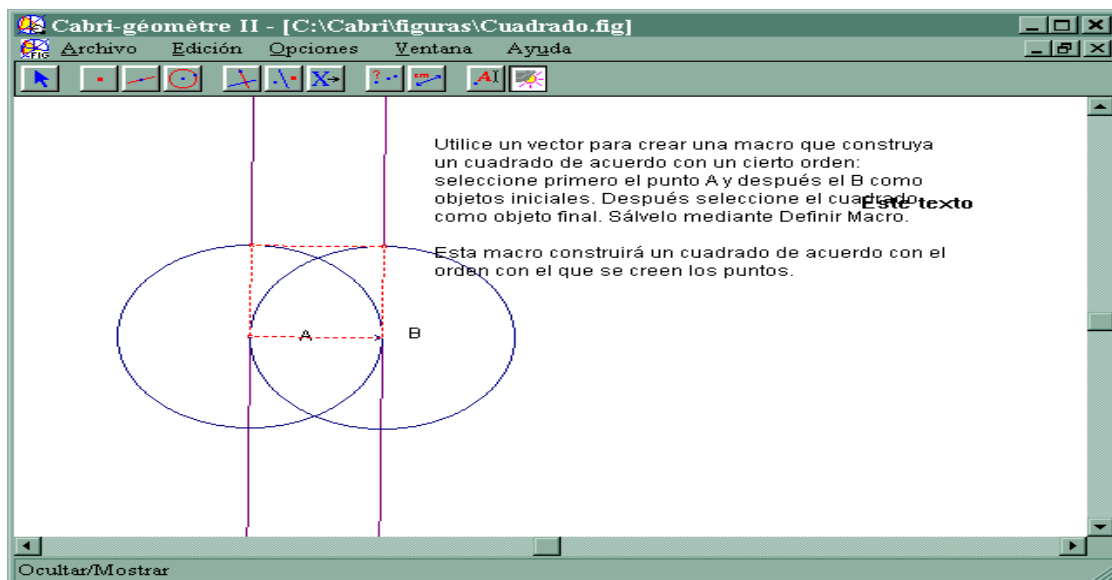
La cuestión es la siguiente. Cada vez que se mueve una hormiga el triángulo que queda determinado por las tres hormigas no cambia de área. Es como si la hormiga estuviera parada en el punto C y luego caminara hasta el punto D.

Es decir, que el triángulo que formaban las hormigas al principio tiene que tener la misma área que el que formen al final. El área del triángulo formado por 3 vértices del rectángulo tiene la mitad del área del mismo. Veamos lo que sucede con el triángulo de los puntos medios:

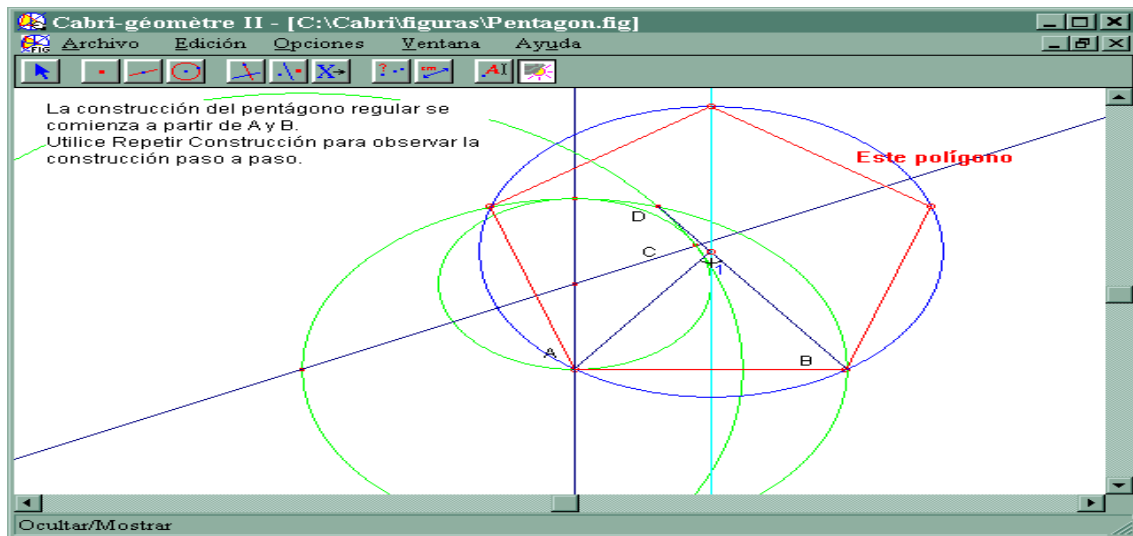


Como vemos en la figura el triángulo MNO tiene menor área que la mitad del rectángulo. De hecho, su área es la cuarta parte del área de ABCD.

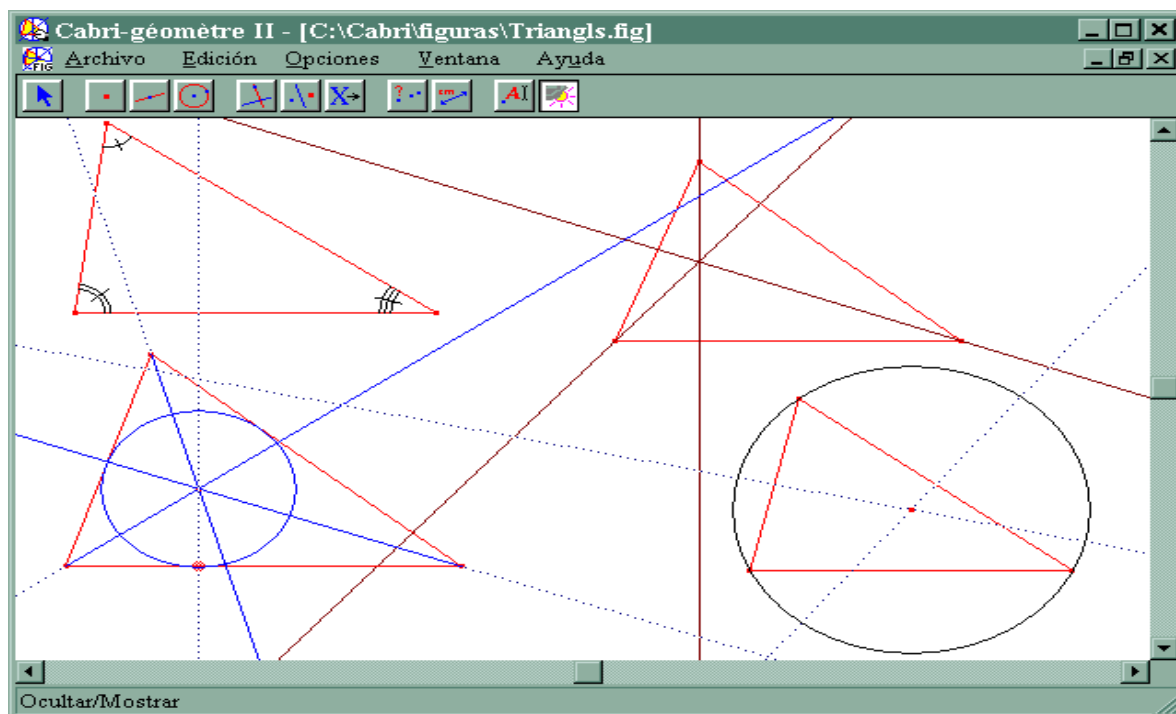
En conclusión las hormigas no pueden ubicarse en tres de los puntos medios del rectángulo.



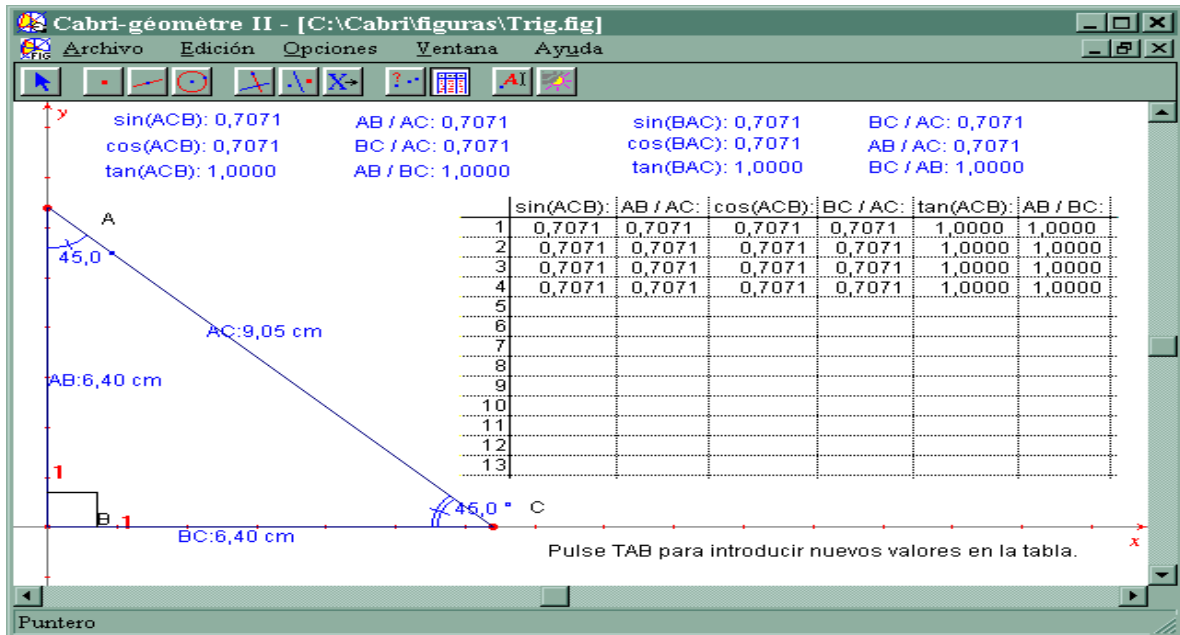
## CONSTRUCCIÓN DE UN POLIGONO (PENTAGONO)



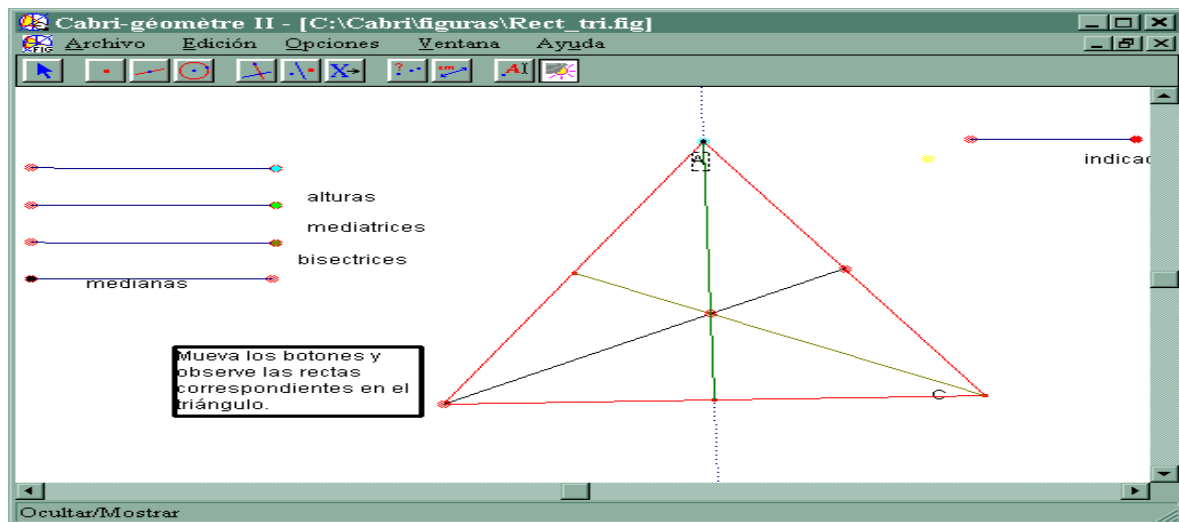
## CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS.



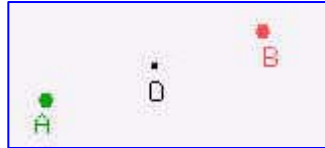
## CALCULOS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS.



## RECTAS U PUNTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO.

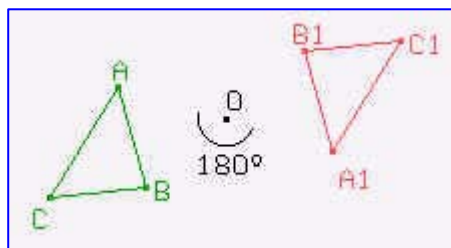


La idea de la simetría es muy simple: reflejar. Se puede hacer simetría con respecto a un punto o simetría con respecto a una recta. Veamos como es cada una. Para hacer simetría con respecto a un punto, elegimos dos puntos, digamos A y O.



El simétrico de A con respecto a O es un punto B de modo que O es el punto medio del segmento AB.

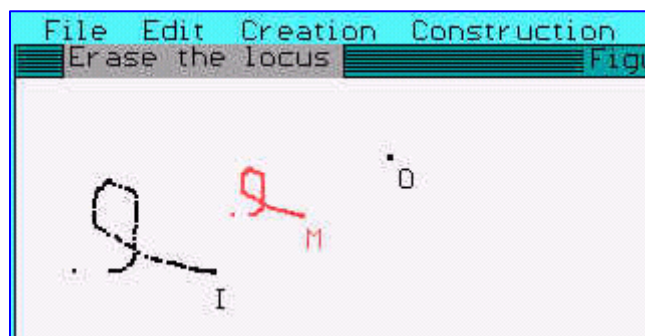
En este caso, O se llama el centro de simetría. Pueden hacer esta construcción directamente con el comando Symmetrical Point del menú Construcción. Primero deben señalar el punto que quieren simetrizar y después el centro de simetría.



Para hacer la simetría de un triángulo ABC con respecto a un centro O, primero hay que encontrar los simétricos de A, B y C, y después unir; como se ve en el dibujo. Fíjense que la simetría con respecto a un punto, es lo mismo que un giro de  $180^\circ$  alrededor del centro de simetría.

Qué es la homotecia? (3).

- Crear dos puntos básicos y llámenlos I y O.
- Construyan el punto medio entre I y O. Llámelo M y píntenlo de rojo.
- Marquen el lugar geométrico de I y de M al mover I. (Para marcar el lugar geométrico de dos puntos hay que mantener Shift apretado cuando marcan los dos primeros puntos). Muevan lentamente el punto I por la pantalla. De esta forma verán un dibujo negro y uno rojo.



¿Cómo son esas dos figuras entre sí?

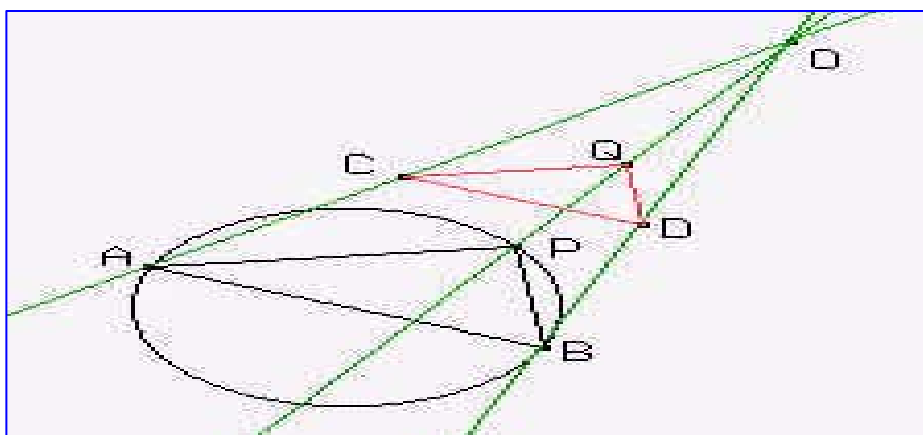
Estas figuras se llaman homotéticas. A cada punto I del plano se le asigna un punto P en la recta IO de tal forma que  $PO / IO$  sea constante. En el caso anterior  $MO / IO = 1/2$ . El punto O se llama centro de homotecia.

Como habrá notado la homotecia no hace más que agrandar o achicar una figura, sin cambiarle la forma ni la orientación. Pero, ¿cómo podríamos probar esto, aunque sea en los objetos básicos?

Homotecia de una circunferencia.

Demostrar que la figura homotética a una circunferencia  $C$  es otra circunferencia es un poco más difícil. Veamos cómo se hace.

Tomamos un diámetro  $AB$  de la circunferencia y un punto  $P$  sobre la misma. Hacemos la homotecia del triángulo  $ABP$  que nos da el triángulo  $CDQ$ . Como el ángulo  $APB$  está inscrito en una semicircunferencia entonces mide  $90^\circ$  y como  $CDQ$  es semejante entonces tenemos que  $CQD = 90^\circ$ . Al mover el punto  $P$  por la circunferencia el punto  $Q$  describirá un arco capaz de  $90^\circ$ . Es decir que  $Q$  describe otra circunferencia. Además la razón entre los diámetros es igual a la razón entre  $AB$  y  $CD$ , o sea, igual a la razón de homotecia. En conclusión la homotecia de la circunferencia que pasa por  $ABP$  nos da la circunferencia que pasa por  $CDQ$ .



La conclusión puede ser simple: Dos figuras homotéticas son siempre semejantes.

## 5.- Evaluación.

La evaluación será a través de los datos analizados en este trabajo y serán por la totalidad de los mensajes de correo electrónico enviados, así como por la información recogida en él –foro de discusión– y las observaciones realizadas por los profesores.

Se realizará un análisis descriptivo-interpretativo considerando los resultados globales y las clases de respuestas, tomando en consideración las frecuencias de los mensajes y los aspectos tratados en los mismos, se han considerado los siguientes tipos:

- a) Foro de discusión:
  - \* Funcionamiento y respuestas. los primeros hacen relación a algún aspecto técnico.
  - \* Mensajes de réplica entre los propios alumnos.
  - \* Clases de respuestas: Correcta, Aceptable, incompleta, Incorrecta, no-relación.
- b) Correo electrónico:  
Clases de respuestas: correcta, aceptable, incompleta, incorrecta, no-relación.

Recomendaciones didácticas:

Considerando el análisis de los datos recogidos en el trabajo, la observación directa de los alumnos por parte de los profesores se plantean una serie de Reflexiones y conclusiones.

## **6.- Reflexiones.**

Aspectos técnicos.

La instalación y configuración correcta del software de la red, el software de navegación y de correo electrónico (ambos de dominio público), el protocolo de comunicación y el software para compartir recursos entre los ordenadores ocupan muchas horas de trabajo debido a la escasa velocidad de los procesadores y a las limitaciones de capacidad de los discos duros.

Se considera que globalmente existe una buena instalación, pero muy compleja y delicada, que exige un mantenimiento constante, dado que en las aulas se utiliza diariamente en las clases de informática.

Posiblemente haya algunas dificultades con el correo electrónico a la hora de contactar con el servidor, pero finalmente los problemas quedaran resueltos.

Debes considerar que los ordenadores son muy lentos, con poca memoria y con unos discos duros de muy poca capacidad. Esto hace que cualquier modificación que se haga en ellos ocupe mucho tiempo y que sea muy lento el trabajo con cualquier aplicación, sería interesante de cara al futuro poder disponer de ordenadores más rápidos y con mayor capacidad de almacenamiento que facilitaría grandemente el trabajo a realizar.

Actitud general de los alumnos.

La actitud hacia el programa debe ser muy positiva y los alumnos están «enganchados» con él y llegaron a «descubrir» mediante manipulaciones, errores o búsqueda de regularidades varios resultados geométricos no conocidos por ellos y muy curiosos, que serán posteriormente demostrados en la clase. En general todos deben esforzarse de acuerdo con sus capacidades en resolver los problemas planteados y en tratar de descubrir algo nuevo. El profesorado tendrá que insistir mucho para conseguir que los alumnos expliquen con sus propias palabras los resultados obtenidos correctamente.

Los alumnos con problemas de conducta, por este medio que van a utilizar, pueden cambiar su actitud y sentirse fascinados por el medio que van a emplear, y podrán demostrar que poseen una imaginación desbordante que pueden dar lugar a resultados curiosos y notables.

## **7.- Conclusiones.**

En este trabajo se han diseñado actividades para los alumnos, que les han permitido encontrar modelos conceptuales propios, colaborando a despertar un mayor interés por la geometría y podrán elaborar en algunos casos teoremas propios.

Los errores que puedan cometer los alumnos, en algunos casos podrán permitir utilizarlos como recurso de aprendizaje.

Finalmente y en relación con la utilización con alumnos con necesidades educativas especiales, habrá que diseñar actividades específicas, en relación con el tema

considerado.

La participación de mis compañeros de trabajo en el área de matemáticas han sido muy valiosas para realizar esta ponencia, en conjunto definimos la importancia de la aplicación de los software en las áreas de matemáticas, para este caso en geometría.

La presentación de esta ponencia ha sido muy valiosa, ya que me ha permitido manifestar la forma como presento a mis alumnos la aplicación de las nuevas tecnologías en la enseñanza de la geometría, esperando que también sea de utilidad para los compañeros de estas VI Jornadas Virtuales.

## 8.- Citas Bibliográficas.

(1) FTP (sigla en inglés de File Transfer Protocol - Protocolo de Transferencia de Archivos) en informática, es un protocolo de red para la transferencia de archivos entre sistemas conectados a una red TCP, basado en la arquitectura cliente-servidor. ) Consultado el 10 de agosto de 2009.

Disponible en: [http://es.wikipedia.org/wiki/File\\_Transfer\\_Protocol](http://es.wikipedia.org/wiki/File_Transfer_Protocol)

(2) Cabri es un programa comercial desarrollado por Texas Instruments que permite "hacer geometría" de forma práctica. El programa permite experimentar, analizar situaciones geométricas de muy diverso tipo, permite comprobar resultados, inferir, refutar y también, aunque parezca sorprendente, demostrar. Se pueden dibujar lugares geométricos y envolventes de familias de curvas. Permite realizar animaciones y construir gráficas de funciones asociadas a problemas geométricos, lo que es muy interesante para familiarizar a los alumnos con el concepto de función y con el de gráfica de una función. Consultado el 10 de agosto de 2009. Disponible en:

[http://centros5.pntic.mec.es/ies.marques.de.santillana/tallerma/tut2/tut\\_cab.htm](http://centros5.pntic.mec.es/ies.marques.de.santillana/tallerma/tut2/tut_cab.htm)

(3) Una homotecia es una transformación geométrica que, a partir de un punto fijo, multiplica todas las distancias por un mismo factor. Es una amplificación. Consultado el 10 de agosto de 2009.

Disponible en: <http://es.wikipedia.org/wiki/Homotecia>

## 9.- Bibliografía.

DEVLIN, Keith. Curiosidades matemáticas para resolver con computadora. Editorial LIMUSA, México, 1991.

GUTIÉRREZ, Ángel; JAIME, Adela. El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: los giros. En revista Educación Matemática. Volumen 3. número 2. Grupo editorial iberoamérica. Pp. 49 – 65. México. Agosto 1991.

MUSSER, Gary L. y BURGER, William F. Reconocimiento y análisis de figuras geométricas bidimensionales. La teoría de Van Hiele, del Libro de lecturas del Curso Nacional de Actualización La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria, SEP, México, 1996.

STEEN, Lynn A. La enseñanza agradable de las matemáticas. Col. Textos Politécnicos, serie Matemáticas, LIMUSA-IPN, México, 1998.

